

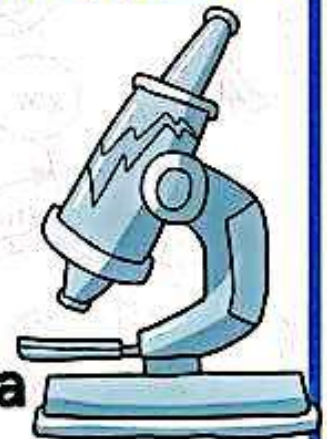


كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
"اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي



Lecture : mid revision : Algebra
& Analytic Geometry

By :

A'laa Muhammad

Shouman.....



الدستور الرياضي

1. اثبات صحة العلاقة بالتعويض عن المجهول بأرقام 13/21
2. التعويض عن المجهول بالذاتي بمجهول آخر K
3. التعويض عن المجهول الأعلى $K+1$ ومن المعادلات الناتجة صحة الطرفين

الأعداد المركبة

العلاقات الثلاث
تتساوي

$$Z = x + iy$$

$$Z = r[\cos \theta + i \sin \theta]$$

$$Z = r e^{i\theta}$$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ($\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$)

الموافق
العدد

$$\bar{Z} = x - iy$$

$$Z \cdot \bar{Z} = x^2 + y^2 = |r|^2$$

$\theta = \arg(Z) \Rightarrow$ السعة

$r = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow$ المقدار

$$Z = r[\cos \theta + i \sin \theta]$$

find $Z^n =$

لا يؤثر

$$Z^n = r^n [\cos n\theta + i \sin n\theta]$$

Page 1

$$Z = r [\cos \theta + i \sin \theta] \quad \text{find } Z^{\frac{1}{n}}$$

$$Z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}} \left[\cos(\theta + 2\pi k) + i \sin(\theta + 2\pi k) \right]^{\frac{1}{n}}$$

$$Z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}} \left[\cos \frac{(\theta + 2\pi k)}{n} + i \sin \frac{(\theta + 2\pi k)}{n} \right] \quad \text{دیسوائف}$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

$$Z_k =$$

$$* Z_1 \cdot Z_2 = r_1 \cdot r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

$$* \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$$

$$* \arg(Z_1 \cdot Z_2) = \theta_1 + \theta_2$$

$$* \arg\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) = \theta_1 - \theta_2$$

$$* \left| \frac{Z_1}{Z_2} \right| = \frac{r_1}{r_2}$$

$$* |Z_1 \cdot Z_2| = r_1 \cdot r_2$$

تطبيقات دي موافر



$$\sin^n \theta, \cos^n \theta$$

(n=5)

$$\tan^n \theta$$

→ اتباعها بنظرية ذات العدد n

$$* Z + \frac{1}{Z} = 2 \cos \theta$$

$$* Z - \frac{1}{Z} = 2i \sin \theta$$

الصفات الزاوية

$$\sin n\theta, \cos n\theta$$

$$\tan n\theta$$

→ اتباعها بنظرية ذات العدد n

$$[\cos \theta + i \sin \theta]^n = \rightarrow \boxed{n=3}$$

$$* \cos n\theta = \dots$$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

المحدد 2x2

مصفوفة

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

$$X = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

Page 3

← دالة با لاجرانج

$$a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1$$

$$a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2$$

$$a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta} \quad z = \frac{\Delta z}{\Delta}$$

المصفوفات - كل مصفوفة لها عدد ضاخر

ترتيب العنصر $\times$ (1,1)

ترتيب الصف

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$A^T \Rightarrow$ لتحويل المصفوفة إلى عدد
والأبعاد مصفوفة

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

بماذا
له ليس لها محسوس
غير متساوية
له يمكن أن يكون لها
محسوس أو لا يمكن

$$\star \text{Tr}(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33}$$

لصف المصفوفة
مجموع عناصر القطر
الرئيسي

mid = Analogue

نقل الحاور =

$$x = k + u$$

$$y = k + v$$

نقطة الامد $\Rightarrow$ $Ch(k)$
المبدية

الحاور المبدية $\Rightarrow$ (u, v)

$$\begin{aligned} x &= k + u \\ y &= k + v \end{aligned}$$

$\Leftarrow$ للتخلص من محاملات x, y

$$u = 0 \quad v = 0$$

$\rightarrow$ $\rightarrow$

محاملات u, v = سطر
من المبركة الاولى

دورات الحاور =

في الحاور المبدية (u, v)

دورات
الدورات

$$x = u \cos \theta - v \sin \theta$$

$$u = x \cos \theta + y \sin \theta$$

$$y = v \cos \theta + u \sin \theta$$

$$u = y \cos \theta - x \sin \theta$$

$\Leftarrow$ للتخلص من محاملات x, y محامل u, v = سطر

Page 6

* نقل وتوران هـ

$$x = u \cos \theta - v \sin \theta + h$$

(h, k)

نقطة الأصل الجديدة

$$y = u \sin \theta + v \cos \theta + k$$

θ زاوية التوران

(h, k) المحاور الجديدة

$$ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$\begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = 0 = abc + 2fhg - h^2c - af^2 - bg^2 = 0$$

* المعادلة تمثل قطعاً مستقيماً عندما

الصفات يمارت بنقطة الأصل عندما $g, f = 0$

Page 7

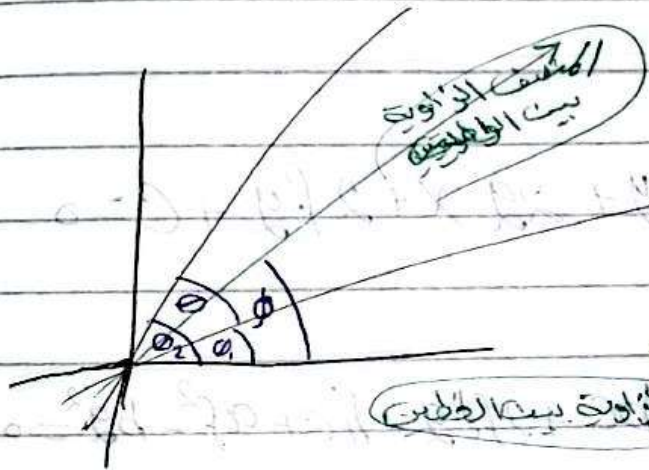
$$m_1, m_2 = \frac{-h \pm \sqrt{h^2 - ab}}{b}$$

المستقيمات

$$y = m_1 x$$

$$y = m_2 x$$

معادلة القطعتين



$$\tan \theta_1 = m_1 \quad | \quad \tan \theta_2 = m_2$$

الزاوية

$$\tan \phi = \tan (\theta_2 - \theta_1)$$

الزاوية بين القطعتين

$$\therefore \tan \phi = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}$$

⇒

الزاوية بين
المستقيمين

$$\Rightarrow m_2 - m_1 = \frac{\pm 2\sqrt{h^2 - ab}}{b}$$

$$\Rightarrow m_1 m_2 = -\frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow m_2 + m_1 = -\frac{2h}{b}$$

Page 8

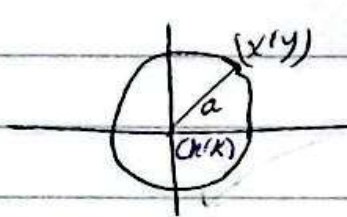
معادلة منصف الزاوية بين الخطين

$$\frac{xy}{x^2+y^2} = \frac{h}{a-b}$$

تقاطع $h^2 = ab$

محلل $a+b=0$

$$x^2+y^2+2lx+2ky+c=0 \iff ax^2+by^2+2hxy+2fx+2gy+c=0$$



معادلة $h=0, a=b$ مركز الزاوية

$$a^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$$

$a \Rightarrow$ نصف القطر

$(h, k) \Rightarrow$ إحداثيات المركز

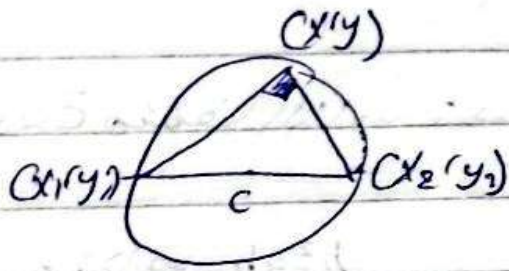
$$x^2+y^2+2lx+2ky+c=0$$

$$(x+l)^2 - l^2 + (y+k)^2 - k^2 + c = 0$$

$$a = \sqrt{l^2 + k^2 + c}$$

$(-l, -k) =$ المركز

Page 9



غير محلوقة احد ابعدين ← $(x-x_1) \cdot (x-x_2) + (y-y_1) \cdot (y-y_2) = 0$
نصف القطر

المسافة بين المراكز
الدائرتان متطابقتان

متداخل



$$d = |r_2 - r_1|$$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

متطابق



$$d = r_1 + r_2$$

$$d = \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2}$$

Ab'leer
ghamran

Page 10